

Санкт-Петербургский государственный университет

Механика и математическое моделирование

Механика жидкости, газа, плазмы

Киселев Николай Андреевич

Экспериментальное изучение вращательных колебаний цилиндров малого
удлинения

Магистерская диссертация

Научный руководитель:

глав. науч. сотр., д.ф.-м.н. Рябинин А.Н.

Рецензент:

доцент кафедры физики и химии, к. т. н. Ежов Олег Николаевич

Санкт-Петербург

2016г.

SAINT-PETERSBURG STATE UNIVERSITY

Mechanics and Mathematical Modelling

Mechanics of liquid, gas, plasma

Nikolai Kiselev

Experimental study of rotational oscillations of cylinders of small aspect ratio

Master's Thesis

Scientific supervisor:

PhD, Chief researcher Anatoly Ryabinin

Reviewer:

Associate professor of the department of Physics and Chemistry, PhD Oleg Ezhov

Saint-Petersburg

2016

Аннотация

Киселев Николай Андреевич

Экспериментальное изучение вращательных колебаний цилиндров малого удлинения

Научный руководитель: Рябинин Анатолий Николаевич

Механика жидкости, газа, плазмы

Кафедра гидроаэромеханики

Цель работы – исследование вращательных колебаний цилиндров малого удлинения различной формы и пропорций под действием воздушного потока. Метод исследования – эксперимент. Цилиндры закреплены на упругой подвеске в рабочей части дозвуковой аэродинамической трубы АТ-12. Подвеска позволяет совершать вращательные движения вокруг оси, перпендикулярной скорости набегающего потока. Получены зависимости амплитуды колебаний цилиндров от скорости набегающего потока, положения оси вращения и пропорций цилиндрических тел. Определены параметры математической модели, описывающей колебания цилиндров. Полученные результаты являются новыми. Список использованных источников содержит 10 наименований.

Киселев Н. А. Экспериментальное изучение вращательных колебаний цилиндров малого удлинения: магистерская дис.: защищена 07.06.2016 / Киселев Николай Андреевич. – СПб, 2016. – 23 с. – Библиогр.: с. 23.

Оглавление

Введение	5
Математическая модель.....	5
Постановка эксперимента	7
Ход исследования.....	8
Полученные результаты.....	12
Заключение	22
Список литературы	23

Введение

Одной из основных форм движения грузов, подвешенных при транспортировке в воздушном потоке, являются вращательные колебания. С такой формой движения можно столкнуться, например, при подъеме и переносе каких-либо грузов при помощи башенного крана или при транспортировке грузов, подвешенных под летательными аппаратами. Таким образом, возникает задача об исследовании и моделировании вращательных колебаний плохо обтекаемых тел [2, 3, 4]. В данной ситуации расчет течения сложен, так как аэродинамические нагрузки зависят от многих факторов, поэтому исследование возникновения колебаний производится экспериментально.

В работах [5-8] производится экспериментальное исследование математической модели, которая описывает вращательные колебания некоторых тел. Параметры данной модели определяются непосредственно из эксперимента. В данной работе проводились экспериментальные исследования цилиндров малого удлинения в зависимости от положения оси вращения, удлинения и геометрической формы исследуемого плохо обтекаемого тела. В экспериментах изменялось положение оси вращения, удлинение и форма поперечного сечения цилиндров. Благодаря упругой подвеске цилиндры могли совершать вращательные колебания.

Часть результатов данной работы докладывалась на конференции «Седьмые Поляховские чтения» и публиковалась в соавторстве с А. Н. Рябининым в журнале «Естественные и математические науки в современном мире» и в сборнике тезисов конференции «Седьмые Поляховские чтения». Кроме того, летом 2016 года в соавторстве с А. Н. Рябининым будет опубликована статья «Влияние положения оси вращения цилиндра на его вращательные колебания в воздушном потоке» в Вестнике Санкт-Петербургского государственного университета на основе результатов данной работы.

Математическая модель

Уравнение движения цилиндра в потоке выглядит следующим образом:

$$I\ddot{\beta} = L_a + L_s, \quad (1)$$

где β – угол наклона цилиндра, I – момент инерции цилиндра относительно оси вращения, L_a – момент аэродинамических сил, L_s – момент сил, действующих со стороны подвески, при этом равновесным положением будем считать значение $\beta = \beta_0$. Составляющие момента сил запишем в виде

$$\begin{aligned} L_a &= \frac{\rho v^2}{2} L S \left(m + \frac{L \dot{\beta}}{v} m^{\dot{\beta}} \right), \\ L_s &= -k l^2 (\beta - \beta_0) - k_1 \dot{\beta}, \end{aligned} \quad (2)$$

где ρ – плотность воздуха, v – скорость набегающего потока, L – длина цилиндра, S – характерная площадь цилиндра, равная площади основания цилиндра, m – коэффициент аэродинамического момента сил, $m^{\dot{\beta}}$ – коэффициент аэродинамической производной [9], k – жесткость упругой подвески, l – расстояние от оси вращения до места крепления подвески, k_1 – коэффициент, соответствующий вязкому сопротивлению подвески. Будем считать, что коэффициент момента сил пропорционален β , а коэффициент вращательной производной описывается формулой [3]:

$$\begin{aligned} m &= -C_\beta \beta, \\ m^{\dot{\beta}} &= C_{\dot{\beta}} (1 - \delta \beta^2). \end{aligned} \quad (3)$$

После подстановки (3) в (1), получим

$$\ddot{\beta} + \omega^2 (\beta - \beta_0) + \Omega \beta = \mu \frac{v}{L} (1 - \delta \beta^2) \dot{\beta} - \mu k_2 \dot{\beta},$$

где

$$\omega^2 = \frac{k l^2}{I}, \quad \Omega = \frac{\rho v^2}{2I} L S C_\beta, \quad \mu = \frac{\rho L^3 S}{2I} C_{\dot{\beta}}, \quad k_2 = \frac{k_1}{\mu I}.$$

Так как момент упругих сил подвески намного больше составляющей аэродинамических сил, пропорциональной углу β , уравнение переписывается следующим образом:

$$\ddot{\beta} + \omega^2 (\beta - \beta_0) = \mu \left[\frac{v}{L} (1 - \delta \beta^2) \dot{\beta} - k_2 \dot{\beta} \right]. \quad (4)$$

В [11] описано решение системы (4) методом Крылова-Боголюбова в первом приближении для случая, когда μ – малый параметр.

В результате получим уравнения для медленно изменяющихся амплитуды A и фазы вращательных колебаний ϕ .

$$\begin{aligned} \dot{A} &= \frac{A \mu}{2} \left[\left(\frac{v}{L} - k_2 \right) - \frac{v}{L} \delta \beta_0^2 - \frac{v}{L} A^2 \frac{\delta}{4} \right], \\ \dot{\phi} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Если в первом из уравнений (5) приравнять нулю производную амплитуды, получим соответствие колебаниям постоянной амплитудой:

$$\left(\frac{A^2}{4} + \beta_0^2 \right) = \frac{1}{\delta} - \frac{k_2}{\delta} \frac{L}{v}. \quad (6)$$

Постановка эксперимента

Исследования проводились на аэродинамической трубе АТ-12, описанной в работе [1]. В открытой рабочей части установки скорость воздушного потока может регулироваться в пределах от 0 до 40 м/с. Начальная степень турбулентности равна 0,4%. Длина рабочей части 2,25 м, диаметр среза сопла круглого сечения 1,5 м.

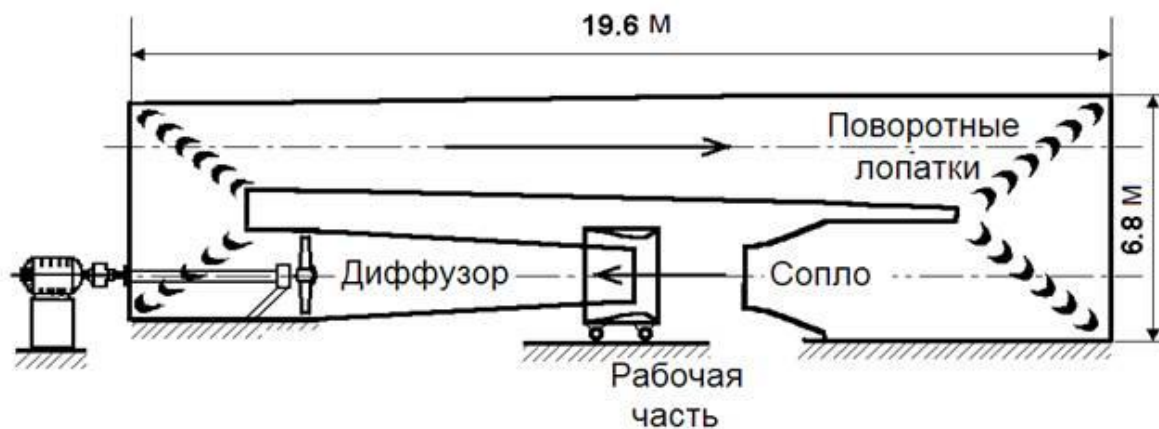


Рис. 1. Аэродинамическая труба АТ-12

Исследовались вращательные колебания цилиндров удлинения 1.5 (диаметр 14 мм), 2 (диаметр 14 мм), 3 (диаметр 10 мм), прямоугольной призмы удлинения 3 (длина 300 мм) и модели вагона канатной дороги (высота 120 мм, ширина 105 мм, длина 220 мм), которую также можно отнести к категории цилиндров малого удлинения.

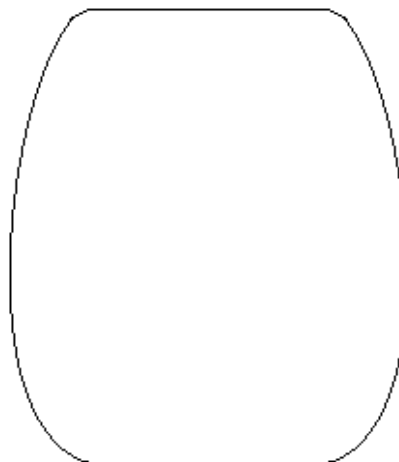


Рис. 2. Сечение модели вагона канатной дороги

Исследуемые тела были закреплены в потоке воздуха так, чтобы могли совершаться вращательные колебания вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной вектору скорости набегающего потока и проходящей через центр масс модели. К державке, расположенной на задней кромке тела, были прикреплены две стальные пружины (рис. 3). Верхняя пружина была присоединена к механизму изменения угла атаки. Нижняя пружина прикреплена к полупроводниковому тензопреобразователю С-50. Пружины находились вне воздушного потока. Сигнал от тензопреобразователя подавался на осциллограф Velleman PCS500A, который, в свою очередь, был связан с компьютером.

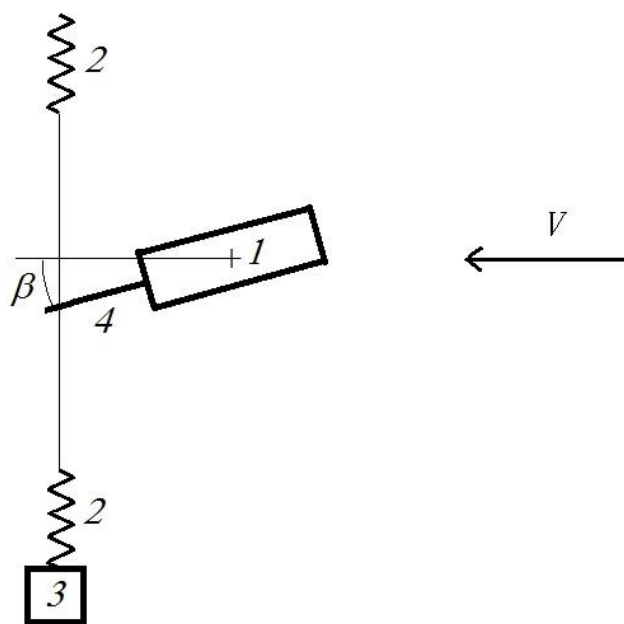


Рис. 3. Схема эксперимента: 1 – цилиндр, 2 – пружины, 3 – полупроводниковый тензопреобразователь С-50, 4 – хвостовая державка.

Ход исследования

Во время эксперимента при фиксированной скорости записывались данные, поступающие с осциллографа на компьютер. Каждый раз продолжительность записи составляла 17 секунд. За это время в файл записывались результаты 1700 измерений (100 измерений в секунду). Пример полученных данных представлен на рис. 4. По оси абсцисс откладывается номер измерения, по оси ординат – данные об амплитуде в данный момент времени в делениях.

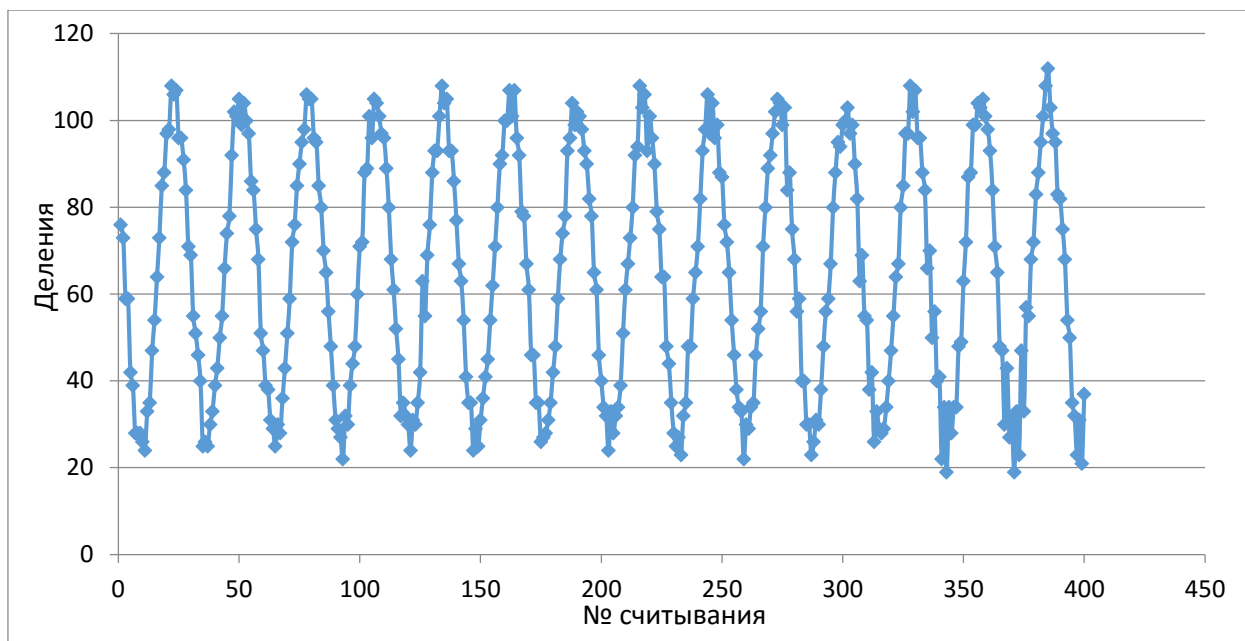


Рис. 4 Фрагмент результатов, записанных с осциллографа

Количество проведенных измерений для различных моделей при различных скоростях и углах равновесного положения цилиндра:

Модель	Смещение оси вращения	Количество измерений
Цилиндр удлинения 2	0	18
Цилиндр удлинения 2	$-D/7$	31
Цилиндр удлинения 2	$D/7$	40
Цилиндр удлинения 2	$2D/7$	31
Цилиндр удлинения 3	0	6
Цилиндр удлинения 1.5	D	24
Прямоугольная призма удлинения 3	0	27
Модель вагона канатной дороги	0	41

Для каждой модели частота колебаний не зависела от скорости набегающего потока. Так как частота колебаний была одинакова как в случае воздействия набегающего потока на тело, так и при отсутствии набегающего потока (рассматривались затухающие колебания), можно сделать вывод, что что аэродинамические силы были малы по сравнению с упругими силами, которые действовали со стороны подвески.

Показания осциллографа отражали силу натяжения нижней пружины при колебании модели. Поэтому для того, чтобы связать амплитуду колебаний с максимальной или минимальной силой натяжения пружины, было сделано предположение, что натяжение пружин в экстремумах зависимости сигнала от времени равно натяжению пружин при действии постоянной нагрузки, вызывающей отклонение, являющееся амплитудой колебаний.

Для того, чтобы связать показания осциллографа с амплитудой колебаний, было произведено два градуировочных эксперимента. В первом эксперименте в момент ведения записи показаний тензопреобразователя с модели, находящейся в состоянии покоя, к хвостовой державке крепился груз известной массы, тем самым вызывая отклонение цилиндра и изменение показаний тензопреобразователя, так как такое действие сопровождалось сжатием нижней пружины. Показания осциллографа в этот момент представлены на рисунке 5:

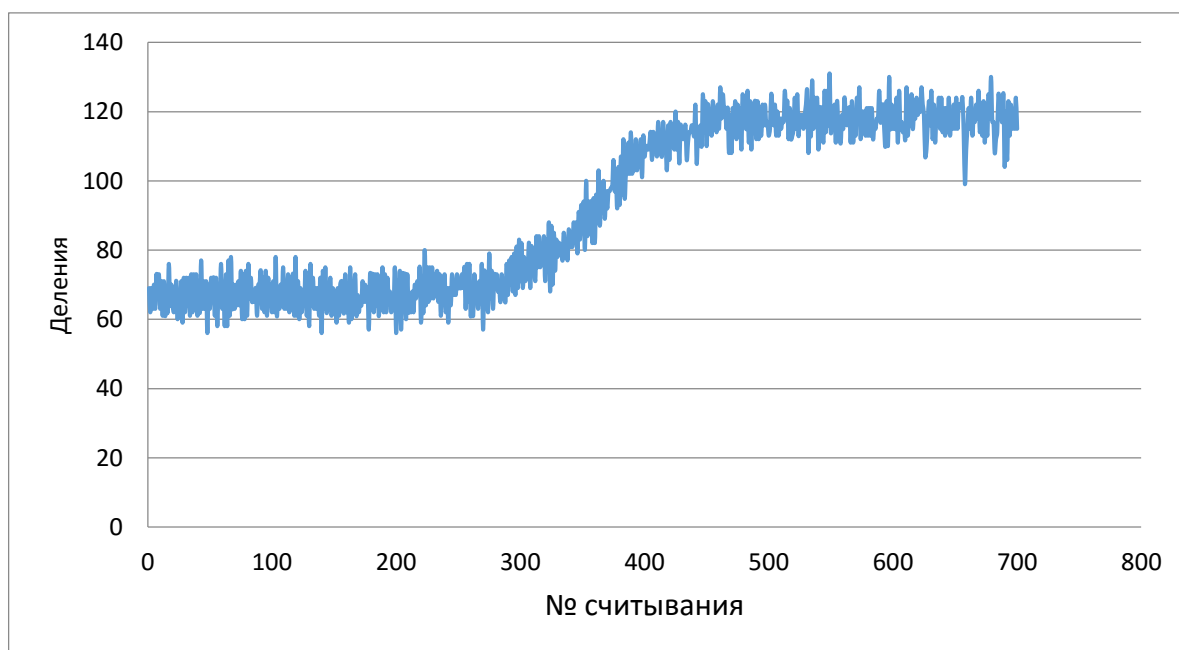


Рис. 5 Показания осциллографа, первый тарировочный эксперимент

Как видно, график делится на три части: первая часть – до того, как к телу подвесили груз, вторая – момент, когда груз был подвешен и происходило вращение, третья – когда вращение тела относительно горизонтальной оси прекратилось. В идеале первая и третья части должны быть константами, но этого не произошло из-за возникновения шумов. Поэтому была написана программа, вычисляющая среднее арифметическое показаний на первом участке и на третьем. После чего из второго было вычтено первое и, таким образом, был получено значение скачка.

Второй эксперимент заключался в том, чтобы понять, на сколько миллиметров отклоняется державка от начального положения при

закреплении на ней груза той же массы, что и в первом эксперименте. В зависимости от модели и расположения оси вращения отклонение составляло 70-80 мм. Из полученных результатов можно понять, какому количеству делений соответствует отклонение державки в миллиметрах.

В результате градуировки определялся коэффициент, связывающий амплитуду колебаний натяжения нижней пружины с амплитудой вращательных колебаний цилиндра. После этого на C++ была написана программа, которая для каждого измерения вычисляет период колебаний.

Модель	Смещение оси вращения	Период колебаний, с
Цилиндр удлинения 2	0	0,29
Цилиндр удлинения 2	-D/7	0,31
Цилиндр удлинения 2	D/7	0,28
Цилиндр удлинения 2	2D/7	0,31
Цилиндр удлинения 3	0	0,31
Цилиндр удлинения 1.5	D	0,27
Прямоугольная призма удлинения 3	0	0,29
Модель вагона канатной дороги	0	0,24

На основе полученных данных было замечено, что колебания имеют гармонический характер. Таким образом, было необходимо описать колебания в виде $f(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t) + C + \xi$, где ξ – случайная величина. Для того, чтобы найти коэффициенты A и B, $f(t)$ была умножена поочередно на $\sin(\omega t_i)$ и $\cos(\omega t_i)$, а полученные равенства просуммированы по периоду. Опираясь на следующие соотношения:

$$\alpha = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos^2(\omega t_i) \approx 0,5,$$

$$\beta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sin^2(\omega t_i) \approx 0,5,$$

$$\delta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(\omega t_i) \sin(\omega t_i) \approx 0,$$

$$\nu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(\omega t_i) \approx 0,$$

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sin(\omega t_i) \approx 0,$$

$$\varphi = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i \sin(\omega t_i) \approx 0,$$

$$\psi = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i \cos(\omega t_i) \approx 0,$$

где n – количество измерений, проведенных за период, из полученных равенств

$$A\beta + B\delta + C\mu + \varphi = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(t_i) \sin(\omega t_i),$$

$$A\delta + B\alpha + C\nu + \psi = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(t_i) \cos(\omega t_i),$$

можно вывести, что $A = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n f(t_i) \sin(\omega t_i)$, а $B = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n f(t_i) \cos(\omega t_i)$.

Таким образом, были вычислены коэффициенты A и B для каждого периода из каждого измерения. После чего были определены амплитуды как $\sqrt{A^2 + B^2}$ и для каждой скорости было взято среднее арифметическое получившихся амплитуд.

Полученные результаты

Опираясь на связь между показаниями осциллографа (в делениях) и углом поворота, амплитуды вращательных колебаний были вычислены в радианах. β_0 – равновесный угол наклона тела.

Цилиндр удлинения 2, смещение оси вращения от центра масс 0

β_0 (градусы)	Скорость (м/с)	Амплитуда (рад.)
0	5,08	0,1
0	6,22	0,14
0	8,04	0,16
0	9,34	0,19
0	10,93	0,19
0	12,45	0,2
0	13,8	0,2
1	5,39	0,1
1	6,48	0,14
1	8,8	0,17
1	10,93	0,19

1	12,05	0,2
1	13,92	0,2
2	5,08	0,1
2	6,72	0,13
2	8,04	0,15
2	9,84	0,17
2	12,05	0,18
2	14,03	0,2
3	5,39	0,08
3	8,43	0,14
3	10,48	0,16
3	12,19	0,16
3	13,92	0,17

Цилиндр удлинения 2, смещение оси вращения от центра масс –D/7

β_0 (градусы)	Скорость (м/с)	Амплитуда (рад.)
0	6,04	0,13
0	7,05	0,17
0	8,54	0,21
0	10,92	0,22
0	12,87	0,25
0	14,90	0,27
0	16,88	0,29
0	18,21	0,30
0	19,94	0,29
1	6,31	0,12
1	9,46	0,19
1	11,80	0,23
1	13,87	0,24
1	15,87	0,27
1	17,46	0,27
1	19,01	0,27
1	19,94	0,29

2	6,04	0,09
2	9,28	0,11
2	12,08	0,10
2	14,90	0,10
2	16,49	0,09
2	17,75	0,08
2	19,27	0,08
3	5,76	0,09
3	9,46	0,11
3	12,21	0,10
3	14,79	0,10
3	16,28	0,09
3	18,30	0,08
3	20,03	0,08

Цилиндр удлинения 2, смещение оси вращения от центра масс D/7

β_0 (градусы)	Скорость (м/с)	Амплитуда (рад.)
0	5,15	0,07
0	7,51	0,10
0	10,46	0,12
0	12,08	0,13
0	14,22	0,14
0	15,77	0,15
0	17,84	0,15
0	19,18	0,15
0	20,19	0,16
1	6,81	0,16
1	8,73	0,20
1	10,77	0,24
1	12,48	0,26
1	14,10	0,28
1	16,49	0,28
1	18,30	0,30

1	19,78	0,29
2	6,56	0,14
2	9,46	0,17
2	12,21	0,20
2	14,57	0,23
2	17,18	0,27
2	18,83	0,28
2	19,94	0,28
3	6,56	0,06
3	9,10	0,06
3	11,66	0,07
3	14,34	0,06
3	16,18	0,07
3	18,21	0,06
3	19,94	0,06

Цилиндр удлинения 2, смещение оси вращения от центра масс 2D/7

β_0 (градусы)	Скорость (м/с)	Амплитуда (рад.)
0	4,82	0,10
0	7,72	0,18
0	10,30	0,25
0	13,25	0,29
0	15,77	0,31
0	18,02	0,34
0	19,44	0,33
1	7,05	0,22
1	9,63	0,28
1	12,08	0,31
1	13,87	0,32
1	15,98	0,33
1	17,65	0,34
1	18,75	0,34
1	19,61	0,34
2	7,72	0,12

2	9,97	0,14
2	12,08	0,15
2	14,10	0,16
2	16,18	0,16
2	17,93	0,17
2	19,94	0,17

Прямоугольная призма удлинения 3

β_0 (град.)	Скорость потока (м/с)	Амплитуда (рад.)
0	7,10	0,06
0	8,46	0,08
0	8,46	0,09
0	10,68	0,10
0	10,68	0,10
0	12,72	0,12
0	14,57	0,16
0	16,04	0,17
0	17,31	0,17
0	18,21	0,18
0,5	9,50	0,07
0,5	11,28	0,11
0,5	13,13	0,14
0,5	14,75	0,15
0,5	15,79	0,16
0,5	17,31	0,17
0,5	18,21	0,17
1	9,50	0,08
1	11,28	0,10
1	11,28	0,09
1	13,43	0,13
1	14,38	0,15
1	15,79	0,16
1	17,23	0,17

1	18,28	0,17
2	12,93	0,11
2	14,47	0,13
2	15,87	0,14
2	17,08	0,15
2	18,35	0,15

Модель вагона канатной дороги

β_0 (град.)	Скорость потока (м/с)	Амплитуда (рад.)
-2	5,40	0,08
-2	8,46	0,15
-2	10,43	0,17
-2	12,51	0,19
-2	13,72	0,23
-2	14,93	0,23
-1	4,89	0,20
-1	7,81	0,36
-1	9,50	0,43
-1	11,52	0,48
-1	13,13	0,50
-1	14,47	0,51
0	4,89	0,14
0	7,10	0,18
0	8,92	0,21
0	10,17	0,23
0	11,63	0,24
0	12,82	0,25
1	5,15	0,25
1	7,81	0,37
1	9,21	0,43
1	10,55	0,46
1	11,63	0,47
1	12,93	0,48

1	13,82	0,48
2	5,87	0,13
2	8,14	0,17
2	9,35	0,20
2	11,28	0,20
2	11,97	0,21
2	13,33	0,23

На основе полученных данных, с учетом принятой математической модели, для каждого исследуемого тела можно построить зависимости, соответствующие формуле (6): $\left(\frac{A^2}{4} + \beta_0^2\right) = f\left(\frac{1}{V}\right)$, где A – амплитуда в радианах, β_0 – равновесный угол наклона тела в радианах, v – скорость воздушного потока в м/с. На рисунке 6 показаны линейные зависимости для цилиндра удлинения 2.

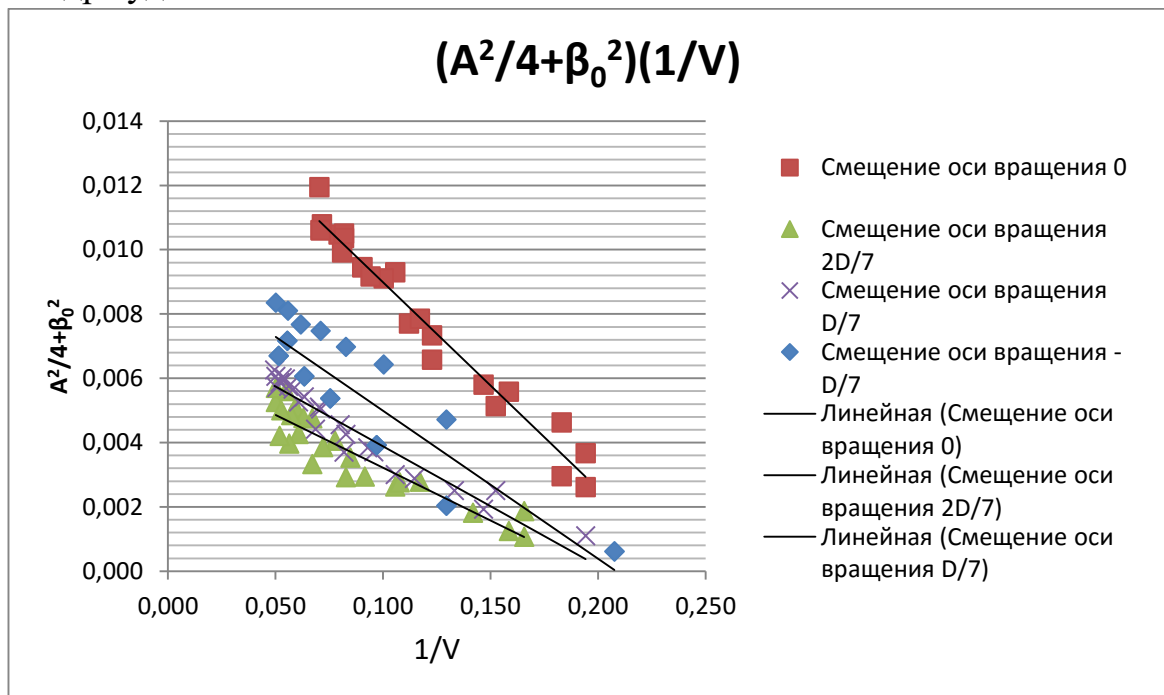


Рис.6. Зависимости $\frac{A^2}{4} + \beta_0^2$ от $1/v$ для цилиндра с удлинением 2.

На основе полученных данных был сделан вывод, что наименьшие колебания достигаются в случае, если ось вращения удалена от передней или задней кромки цилиндра на расстояние, равное его диаметру. Эта гипотеза была проверена для цилиндров с удлинениями 1,5 и 3.

Для цилиндра с удлинением 3 рассматривалось 2 случая: ось вращения смещена от центра тяжести на $D/2$ вверх и вниз по потоку. В обоих случаях, независимо от скорости набегающего потока и угла β_0 , вращательных

колебаний не возникало. После воздействия на цилиндр искусственно вызванные колебания быстро затухали.

Для цилиндра с удлинением 1,5 так же были проведены аналогичные исследования. Рассмотрено два случая: ось вращения смещена от центра тяжести на $D/4$ вверх и вниз по потоку. Для случая, когда ось вращения смещена от центра тяжести на $D/4$ вниз по потоку, полученные результаты аналогичны результатам для цилиндра с удлинением 3.

В случае, когда ось вращения смещена от центра тяжести на $D/4$ вверх по потоку, вращательные колебания в воздушном потоке самостоятельно не возникали. Но при попытке вызвать их искусственным образом колебания принимали установившийся вид и затухали только на маленьких скоростях. Это позволило провести исследования, аналогичные исследованиям для цилиндра с удлинением 2. Была построена зависимость $\left(\frac{A^2}{4} + \beta_0^2\right) = f\left(\frac{1}{V}\right)$, приведенная на рис. 7.

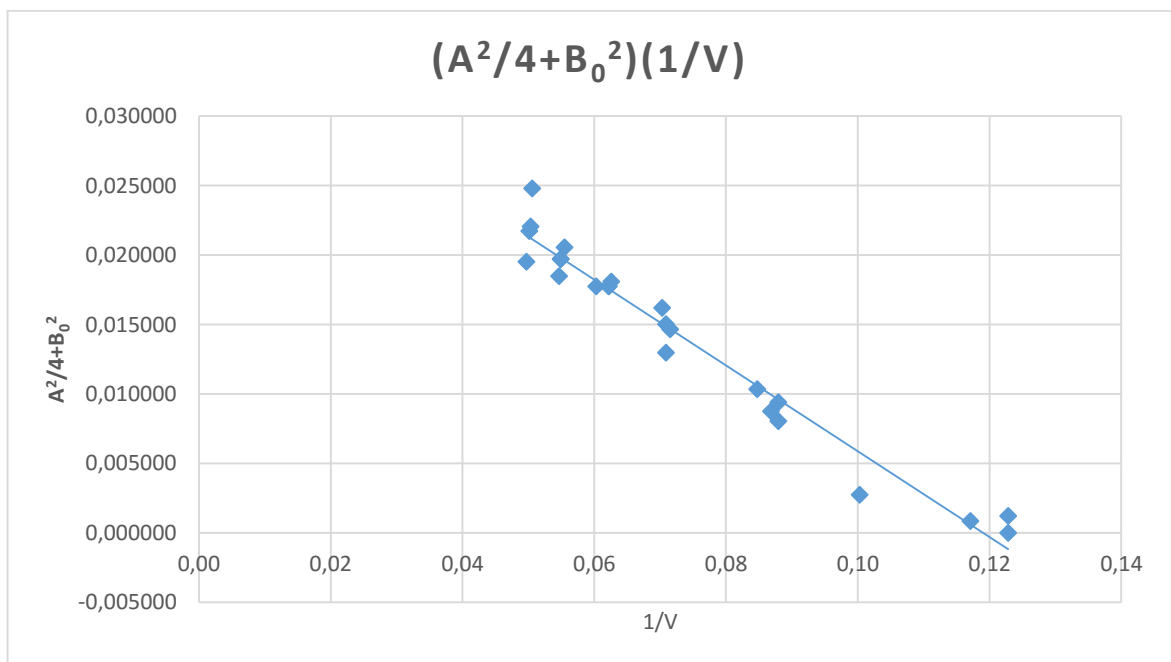


Рис.7. Зависимость $\frac{A^2}{4} + \beta_0^2$ от $1/v$ для цилиндра с удлинением 1,5. Ось вращения смещена от центра масс на $D/4$ вверх по потоку.

Для прямоугольной призмы удлинения 3 при углах β_0 равных 0,5, 1 и 2 градуса так же была построена зависимость $\left(\frac{A^2}{4} + \beta_0^2\right) = f\left(\frac{1}{V}\right)$ (рис. 8).

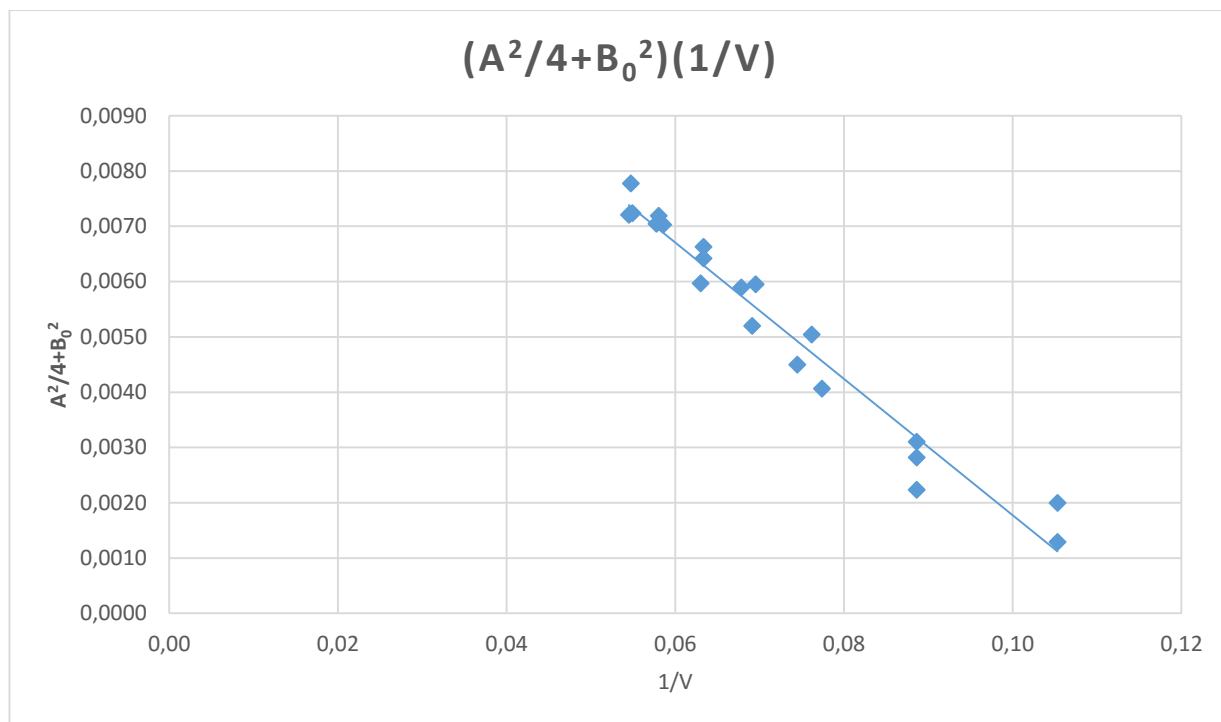


Рис. 8. Зависимость $\left(\frac{A^2}{4} + \beta_0^2\right) = f\left(\frac{1}{V}\right)$ для прямоугольной призмы удлинения 3 при углах β_0 равных 0.5, 1 и 2 градуса.

Кроме того, была построена зависимость $\left(\frac{A^2}{4} + \beta_0^2\right) = f\left(\frac{1}{V}\right)$ для угла $\beta_0=0$ градусов (рис. 9).

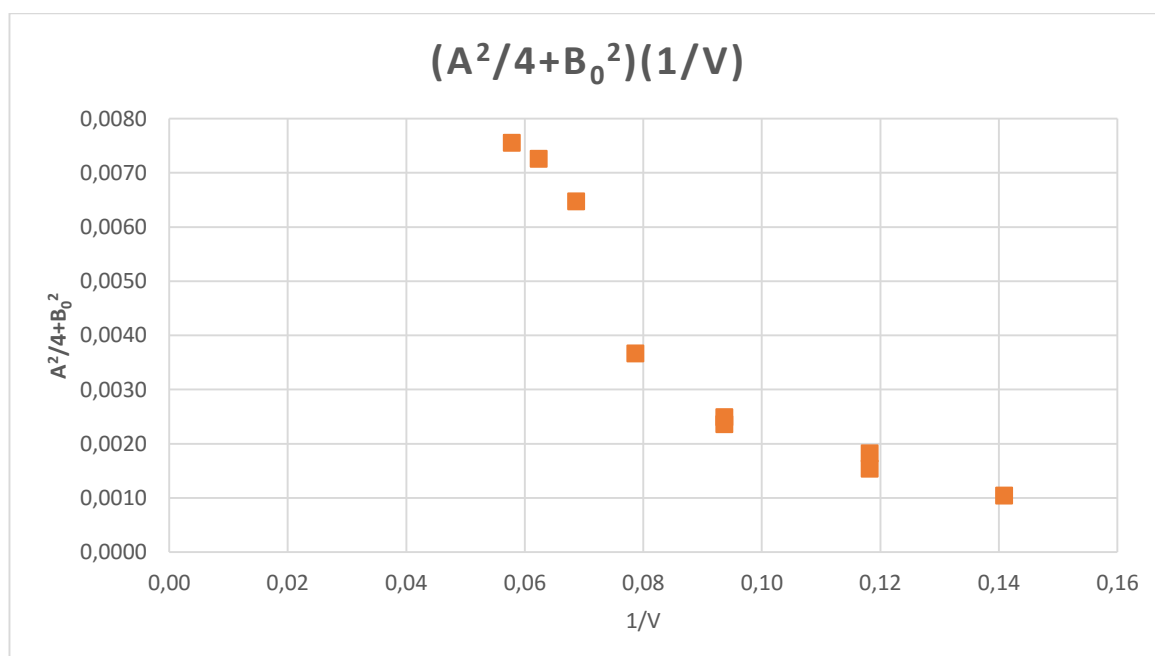


Рис. 9. Зависимость $\left(\frac{A^2}{4} + \beta_0^2\right) = f\left(\frac{1}{V}\right)$ для прямоугольной призмы при угле $\beta_0=0$ градусов.

На графике видно, что точки не лежат на одной прямой. Это связано с тем, что амплитуды колебаний малы и данная ситуация не описывается используемой моделью.

Зависимость $\left(\frac{A^2}{4} + \beta_0^2\right) = f\left(\frac{1}{V}\right)$ для модели вагона канатной дороги при углах β_0 равных -1, 0, 1 изображена на рис. 10.

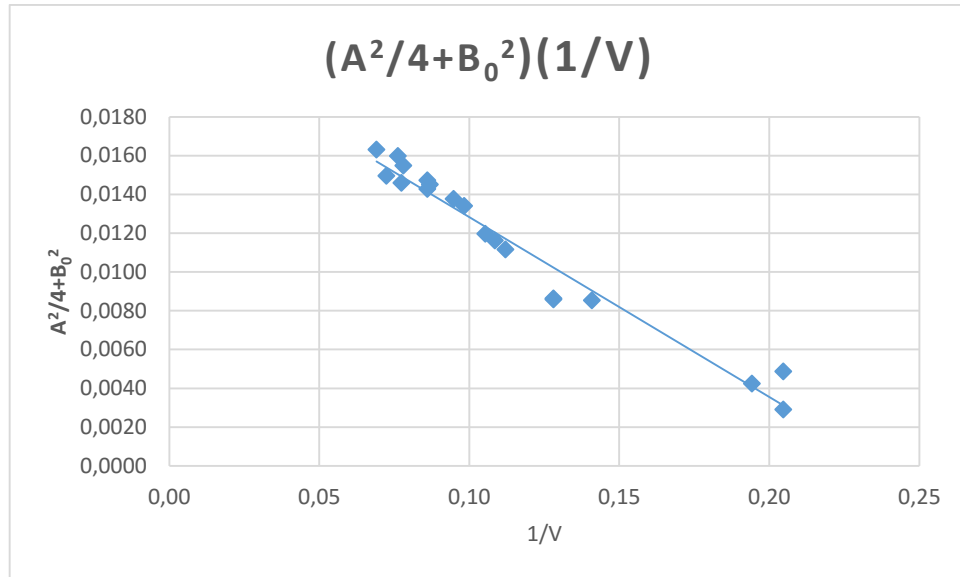


Рис. 10. Зависимость $\left(\frac{A^2}{4} + \beta_0^2\right) = f\left(\frac{1}{V}\right)$ для модели вагона канатной дороги при углах β_0 равных -1, 0, 1

Видно, что при таких углах β_0 колебания модели вагона канатной дороги удовлетворяют принятой математической модели, но для угла $\beta_0=-2$ линейной зависимости уже не было и модель в данном случае не работала (рис. 11).

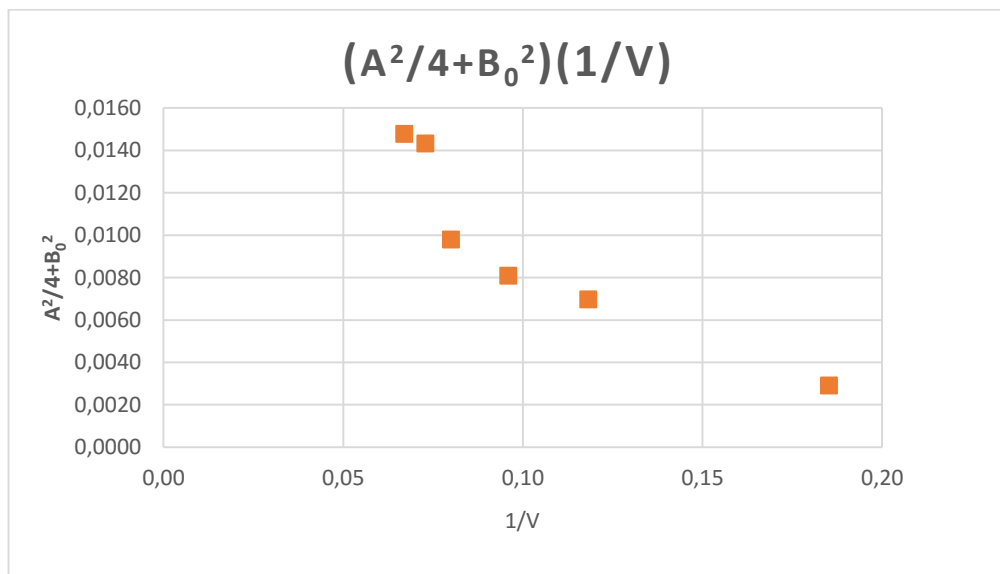


Рис. 11. Зависимость $\left(\frac{A^2}{4} + \beta_0^2\right) = f\left(\frac{1}{V}\right)$ для модели вагона канатной дороги при угле $\beta_0=-2$.

Были посчитаны параметры δ принятой математической модели для случаев, когда зависимость $\left(\frac{A^2}{4} + \beta_0^2\right) = f\left(\frac{1}{V}\right)$ была линейной:

Модель	Смещение оси вращения	δ	k_2
Цилиндр удлинения 2	0	67	14
Цилиндр удлинения 2	-D/7	82	17
Цилиндр удлинения 2	D/7	103	22
Цилиндр удлинения 2	2D/7	122	26
Цилиндр удлинения 1.5	D	22	5
Прямоугольная призма удлинения 3	0	70	14
Модель вагона канатной дороги	0	45	12

Заключение

Таким образом, в данной работе проведено исследование установившихся вращательных колебаний, которые возникают при обтекании тела потоком воздуха. Рассмотрены колебания нескольких моделей: цилиндров удлинения 1.5, 2, 3, прямоугольной призмы удлинения 3 и модели вагона канатной дороги. Колебания цилиндров удлинения 2 и 1.5 исследовались для нескольких различных положений оси вращения. Для всех рассмотренных случаев получены амплитуды колебаний и их период. Кроме того, для исследуемых колебаний в различных случаях была построена зависимость $\left(\frac{A^2}{4} + \beta_0^2\right) = f\left(\frac{1}{V}\right)$, описывающая модель колебаний, принятую в данной работе. Были показаны ситуации, когда данная модель работает и не работает. Методом наименьших квадратов найдены коэффициенты этой зависимости, из которых непосредственно найдены параметры модели δ , описывающий влияние аэродинамических сил и k_2 , описывающий вязкое сопротивление подвески. Чем больше параметр δ , тем больше амплитуда колебаний цилиндра, соответствующего данному параметру.

Список литературы

1. Ковалев М. А. О расчете и исследовании аэродинамических труб // Учен. зап. Ленингр. ун-та. – 1939. – Вып. 7. – С. 61–86.
2. Рябинин А.Н., Тюрин Б.Ф. Поведение груза, подвешенного под вертолетом // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 1993. Вып. 1. С. 87-91.
3. Рябинин А. Н., Колебания маятника со стабилизатором в воздушном потоке. // Вестн. С-Петербург. ун-та. Сер. 1, 1997. Вып. 2. С.71-77.
4. Рябинин А. Н. Некоторые задачи аэродинамики плохообтекаемых тел. Изд. СПбГУ, 1997.
5. Луценко И. В., Рябинин А. Н. Экспериментальные исследования колебаний цилиндра в воздушном потоке // Вестник С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 120-123.
6. Киселев Н. А. Рябинин А. Н. Вращательные колебания цилиндров // Седьмые Поляховские чтения. Тезисы докладов Международной научной конференции по механике, Санкт-Петербург, 2-6 февраля 2015 г. М., 2015. С. 231-232.
7. Киселев Н. А., Рябинин А. Н. Исследование вращательных колебаний цилиндра в воздушном потоке // Естественные и математические науки в современном мире, 2014. №2(15). С. 83-87.
8. Рябинин А. Н., Киселев Н. А., Влияние положения оси вращения цилиндра на его вращательные колебания в воздушном потоке // Вестник С.-Петербург. ун-та. Сер. 1, 2016, Вып.2 (в печати)
9. Белоцерковский С. М., Скрипач Б. К., Табачников В. Г. Крыло в нестационарном потоке газа, М., 1971. 768 с.
10. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний, 4-е изд. М.: Наука, 1974. 504 с.